Brevet de technicien supérieur session 2012
Polynésie Comptabilité et gestion des organisations

Exercice 1 **10 points**

A. Ajustement affine

Pour les besoins d'une usine qui fabrique des puces, l'entreprise TERRARE extrait du minerai rare. Sa production annuelle X (en tonnes) n'excède pas 2 tonnes et le coût total annuel de la production est noté Y en milliers d'euros (on notera 1 k€ = 10^3 €).
Les résultats des premières années d'exploitation sont consignés dans le tableau suivant.

année	2006	2007	2008	2009	2010
x_i (en tonnes)	0,52	0,77	1,01	1,36	1,81
y_i (en k€)	186,7	230,9	283,1	381,3	558,9

1. Le plan est muni d'un repère orthogonal.
   Unités graphiques : 1 cm pour 0,1 unité sur l'axe des abscisses et 2 cm pour 100 unités sur l'axe des ordonnées.
   Construire le nuage de points associé à cette série statistique sur une feuille de papier millimétré.
2. La nature de l'activité et le graphique laissent penser qu'un ajustement exponentiel est approprié.
   On pose $z = \ln y$.
   a. Compléter le tableau donnée en annexe à rendre avec la copie.
   Arrondir à 10^{-3} les valeurs de $z;_i$.
   b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et z. Arrondir à 10^{-3}.
   c. À l'aide de la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x. Les coefficients seront arrondis à 10^{-2}.
3. **a.** Déduire du 2. c. une expression de y en fonction de x, de la forme $y = B\mathrm{e}^{ax}$. Arrondir B à l'entier le plus proche.
   b. En déduire une estimation du coût de production pour 2 tonnes.

B. Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 0,4\mathrm{e}^{0,3x}.$$

On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthogonal et par f' sa fonction dérivée.
Unités graphiques : 1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 2 unités sur l'axe des ordonnées.

1. Étudier la limite de f en $+\infty$.
2. **a.** Calculer $f'(x)$.
   Étudier le signe de $f'(x)$ et donner le tableau de variation de f sur $[0\,;\,+\infty[$.
   Tracer C sur une deuxième feuille de papier millimétré.

C. Calcul intégral et applications

On admet que le poids moyen de matière extraite, entre l'année 2006 de rang 1 et l'année 2010 de rang 5, est donné par

$$P_m = \frac{1}{4}\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

1. Démontrer que $P_m = \dfrac{1}{3}\left(\mathrm{e}^{1,5} - \mathrm{e}^{0,3}\right)$.
2. Donner la valeur approchée de P_m arrondie à 10^{-3}.

Exercice 2 **10 points**

A. Probabilités conditionnelles

Un fabricant d'ampoules fluocompactes dispose de trois chaînes de montage A, B, C :
- la chaîne de montage A fournit 20 % de la production totale de l'usine,
- la chaîne de montage B fournit 20 % de la production totale de l'usine,
- la chaîne de montage C fournit 60 % de la production totale de l'usine.

Les ampoules qui sortent des trois chaînes sont testées :

– le pourcentage d'ampoules défectueuses issues de la chaîne de montage A est 1,2 %,
– le pourcentage d'ampoules défectueuses issues de la chaîne de montage B est 3,3 %,
– le pourcentage d'ampoules défectueuses issues de la chaîne de montage C est 1,5 %.

On note :

– A l'événement « l'ampoule est issue de la chaîne de montage A »
– B l'événement « l'ampoule est issue de la chaîne de montage B »
– C l'événement « l'ampoule est issue de la chaîne de montage C »
– D l'événement « l'ampoule est défectueuse »

1. Montrer que le pourcentage d'ampoules défectueuses sur la production totale de l'usine s'élève à 1,8 %.

2. Calculer la probabilité qu'une ampoule provienne de la chaîne B sachant qu'elle est défectueuse. Arrondir le résultat à 10^{-2}.

B. Loi binomiale

Dans cette partie les résultats seront arrondis à $\mathbf{10^{-2}}$

On prélève au hasard 50 ampoules dans la production totale d'une journée de l'usine.
On assimile ce tirage à un tirage avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 50 ampoules, associe le nombre d'ampoules qui sont défectueuses.
On rappelle que la probabilité pour qu'une ampoule prise au hasard soit défectueuse est de $0,018$.

1. Expliquer pourquoi la variable aléatoire X suit une loi binomiale, dont on déterminera les paramètres.

2. Calculer $P(X = 2)$.

3. Calculer la probabilité qu'au moins une pièce soit défectueuse.

C. Loi normale

Dans cette partie les résultats seront arrondis à $\mathbf{10^{-4}}$

On considère la variable aléatoire $\boldsymbol{Y}$ qui, à toute ampoule prélevée au hasard dans la production journalière de l'usine, associe sa durée de vie en heures.

1. On admet que $\boldsymbol{Y}$ suit une loi normale de moyenne 8 300 et d'écart type **250**.
Calculer la probabilité $\boldsymbol{P(Y \leqslant 8615)}$.

2. Ces ampoules sont vendues dans le commerce, mais les informations concernant leur durée de vie ont dû être légèrement modifiées pour tenir compte du nombre moyen d'allumages et d'extinctions.
On admet que $\boldsymbol{Y}$ suit une loi normale de moyenne $\boldsymbol{m}$ et d'écart type $\boldsymbol{\sigma}$.
On trouve, avec les précisions fournies par la table ou la calculatrice, que $\boldsymbol{P(Y \leqslant 7436) = 0,2912}$ et $\boldsymbol{P(Y \leqslant 8204) = 0,8531}$.

a. Vérifier que $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{\sigma}$ vérifient l'équation $\boldsymbol{1,05\sigma + m = 8204}$.

b. En admettant que $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{\sigma}$ vérifient également l'équation $\boldsymbol{-0,55\sigma + m = 7436}$, déterminer $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{\sigma}$.

Annexe (à rendre avec la copie)

Exercice 1

A. 2. a. **tableau 1**

année	2006	2007	2008	2009	2010
x_i	0,52	0,77	1,01	1,36	1,81
y_i	186,7	230,9	283,1	381,3	558,9
z_i					